

ΘΕΜΑ 1

A. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ):

α) Κάθε συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα Δ έχει παράγουσα.

β) $\int f'(x)dx = f(x) + c$

γ) $\int f(x)dx - \int f(x)dx = 0$

δ) $\int \frac{1}{\eta\mu^2 x} dx = \sigma\phi x$

ε) $\int \ln x dx = x \ln x - x + c$

B. Να βάλετε σε κύκλο τη σωστή απάντηση:

α) Το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \int_0^x \frac{t+t^2}{1+\eta\mu t} dt$ ισούται με:

A: $\frac{1}{2\pi}$ **B:** $\frac{1}{\pi}$ **Γ:** $\frac{1}{2}$ **Δ:** 0 **Ε:** 1

β) Το $\int_0^1 \left(\int_0^x xy dy \right) dx$ ισούται με

A: $\frac{y^3}{2}$ **B:** $\frac{1}{8}$ **Γ:** $\frac{1}{2}$ **Δ:** $\frac{x^3}{4}$ **Ε:** 1 **Z:** $\frac{1}{4}$

γ) Αν $\int_{-κ}^κ (x^2 - 1) dx = 0$ με $κ > 0$ τότε ο $κ$ είναι:

A: 1 **B:** 2 **Γ:** $\sqrt{2}$ **Δ:** $\sqrt{3}$ **Ε:** $\frac{1}{2}$

Γ. Έστω f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ και F μια παράγουσα της. Δείξτε ότι κάθε άλλη παράγουσα G της f είναι της μορφής $F(x) + c$.

ΘΕΜΑ 2

A. i) Έστω $F(x) = \int_0^{x^2+x} \sqrt{t+3} dt$. Να δείξετε ότι η F παρουσιάζει αρνητικό ελάχιστο.

ii) Να βρεθεί η μονοτονία και τα ακρότατα της

ΕΥΣΤΡΑΤΙΟΣ ΚΩΣΤΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

$$F(x) = \int_0^{x^2} (t^2 - 5t + 4)e^{-t} dt$$

B. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (\eta\mu t - t) dt}{\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x \cdot x}$

ΘΕΜΑ 3

A. Να υπολογιστούν τα ολοκληρώματα

i) $\int \eta\mu 2x \cdot x dx$

ii) $\int \frac{x^2 - 1}{x^2 - 5x + 6} dx$

iii) $\int \eta\mu^3 x \cdot \sigma\upsilon\nu^4 x dx$

iv) $\int_0^{\pi} e^x \sigma\upsilon\nu 2x dx$

v) $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x + 2} dx$

B. Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων με $f(x) = 3x^4 + x^2$ και $g(x) = 2x^4 + 2x^2$.

ΘΕΜΑ 4

A. Να βρείτε την συνεχή στο \mathbb{R} συνάρτηση f και την τιμή λ , αν ισχύει

$$2x^2 - \int_{\lambda}^x f(t) dt = 8, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

B. i) Να βρεθεί συνεχής f : $\frac{f(x)}{1+x^2} = 1 + \int_0^x \frac{f(t)}{1+t^2} dt, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$

ii) Να υπολογιστεί: $\int_0^1 f(x) dx$

iii) Να υπολογιστεί: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\eta\mu x \cdot e^x}{f(x)}$

Διάρκεια 3h

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ