Ιδιότητα 1. $|\alpha| = |-\alpha| \geq 0$
Η ιδιότητα μας λέει ότι μέσα στο απόλυτο μπορούμε να αλλάζουμε όλα τα πρόσημα

Εφαρμογή 1. *Αν A=$|x-2|+3|2-x|$, τότε για $x \geq 2$, να δείξετε ότι A=$4x-8$*

<u>Λύση</u>: A=$|x-2|+3|2-x| = |x-2|+3|x-2| = 4|x-2| =$

$= 4(x-2) = 4x-8$

Ιδιότητα 2. $|\alpha| \geq \alpha$ ***και*** $|\alpha| \geq -\alpha$
Η ιδιότητα μας λέει ότι το απόλυτο ενός αριθμού είναι μεγαλύτερο, και από τον ίδιο τον αριθμό και από τον αντίθετό του

Εφαρμογή 2. *Να βρείτε το πρόσημο της παράστασης:*
B=$||\alpha|+\alpha|-2(|\alpha|+\alpha)$

<u>Λύση</u>: B=$||\alpha|+\alpha|-2(|\alpha|+\alpha) = |\alpha|+\alpha-2|\alpha|-2\alpha =$

$= -|\alpha|-\alpha = -(|\alpha|+\alpha) \leq 0$

<u>Σχόλιο</u>: Γνωρίζουμε ότι $|\alpha^2| = \alpha^2$ γιατί ισχύει $\alpha^2 \geq 0$ πάντα!

Εφαρμογή 3. *Να απλοποιηθεί η παράσταση:*
Γ=$|x^2|-|x^2+2x+1|$

<u>Λύση</u>: Γ=$|x^2|-|x^2+2x+1| = |x^2|-|(x+1)^2| = x^2-(x+1)^2 =$

$= x^2-(x^2+2x+1) = x^2-x^2-2x-1 = -2x-1$

Ιδιότητα 3. $|\alpha|^2 = \alpha^2$
Η ιδιότητα μας λέει ότι όταν έχουμε ύψωση στο τετράγωνο μπορούμε να ξεχνάμε ή να εμφανίζουμε το απόλυτο αναλόγως τι μας βολεύει.
Γενικά: $|\quad|^2 = (\quad)^2$

Εφαρμογή 4. *Να αποδείξετε ότι:* $|\alpha+3|^2-(\alpha-2)^2 = 5(2\alpha-1)$

<u>Λύση</u>: $|\alpha+3|^2-(\alpha-2)^2 = (\alpha+3)^2-(\alpha-2)^2 =$

$= \alpha^2+6\alpha+9-(\alpha^2-4\alpha+4) = \alpha^2+6\alpha+9-\alpha^2+4\alpha-4 =$

$= 10\alpha-5 = 5(2\alpha-1)$

Ιδιότητα 4. $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$
Η ιδιότητα μας λέει ότι το απόλυτο ¨σπάει¨ όταν έχουμε γινόμενο

Εφαρμογή 5. *Αν $x \neq 0$, να απλοποιήσετε την παράσταση:*
Δ=$|x+1| \cdot |x+1| - |x| \cdot |x+\frac{1}{x}|$

<u>Λύση</u>: Δ=$|x+1| \cdot |x+1| - |x| \cdot |x+\frac{1}{x}| =$

$= |(x+1)(x+1)| - |x(x+\frac{1}{x})| =$

$= |(x+1)^2| - |x^2+1| = (x+1)^2-(x^2+1) = (x+1)^2-x^2-1 =$

$= x^2+2x+1-x^2-1 = 2x$

Ιδιότητα 5. $|\frac{\alpha}{\beta}| = \frac{|\alpha|}{|\beta|}$ ***με*** $\beta \neq 0$
Η ιδιότητα μας λέει ότι το απόλυτο ¨σπάει¨ όταν έχουμε κλάσμα

Εφαρμογή 6. *Αν $x \neq 4$ να απλοποιήσετε την παράσταση:*
E=$\frac{|x^2-16|}{|x-4|}$

<u>Λύση</u>: E=$\frac{|x^2-16|}{|x-4|} = |\frac{x^2-16}{x-4}| = |\frac{(x-4)(x+4)}{(x-4)}| = |x+4|$

Ιδιότητα 6. $|\alpha+\beta| \leq |\alpha|+|\beta|$
Η ιδιότητα αυτή λέγεται τριγωνική ανισότητα με συν (+)

Ιδιότητα 7. $|\alpha-\beta| \leq |\alpha|+|\beta|$
Η ιδιότητα αυτή λέγεται τριγωνική ανισότητα με πλην (-)

<u>Ερώτηση 1</u>: Γιατί δεν ισχύει: $|\alpha+\beta| = |\alpha|+|\beta|$;

Εάν ήταν σωστή η ισότητα, και για παράδειγμα είχαμε $\alpha = -3$ και $\beta = 1$ τότε: $|-3+1| = |-3|+|1|$ δηλαδή $|-2| = 3+1$ δηλαδή $2 = 4$ που είναι λάθος

<u>Ερώτηση 2</u>: Γιατί δεν ισχύει: $|\alpha-\beta| \leq |\alpha|-|\beta|$;

Εάν πάλι πάρουμε για $\alpha = -3$ και για $\beta = 1$ και υποθέσουμε ότι ισχύει η τριγωνική ανισότητα με πλην στο δεύτερο μέλος, θα είναι: $|-3-(+1)| \leq |-3|-|1|$ δηλαδή $|-4| \leq 3-1$ δηλαδή $4 \leq 2$ που είναι λάθος

Εφαρμογή 7. *Να αποδείξετε ότι:* $|3x-2y| \leq 3(|x|+|y|)$

<u>Λύση</u>: $|3x-2y| \leq |3 \cdot x|+|2 \cdot y| = |3| \cdot |x|+|2| \cdot |y| = 3 \cdot |x|+2 \cdot |y| \leq$

$\leq 3|x|+2|y|+|y| = 3|x|+3|y| = 3(|x|+|y|)$