

Να απαντήσετε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) στις παρακάτω προτάσεις:

1. Αν μια συνάρτηση  $f$  έχει κατακόρυφες ασύμπτωτες, τότε δεν είναι συνεχής.
2. Αν μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού  $\mathbb{R}$  είναι συνεχής, τότε δεν έχει κατακόρυφες ασύμπτωτες.
3. Υπάρχουν συναρτήσεις που είναι "1-1" αλλά δεν είναι γνησίως μονότονες.
4. Αν για δύο συναρτήσεις,  $f, g$  ισχύει  $f(x_0) = g(x_0)$ ,  $x_0 \in \mathbb{R}$ , τότε υποχρεωτικά είναι  $f'(x_0) = g'(x_0)$ .
5. Αν μια συνάρτηση  $f$  ορίζεται στο  $x_0$ , τότε η  $x = x_0$  δεν μπορεί να είναι κατακόρυφη ασύμπτωτη της  $C_f$ .
6. Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι κυρτή στο  $[\alpha, x_0]$  και  $[x_0, \beta]$ , τότε είναι κυρτή στο  $[\alpha, \beta]$ .
7. Αν η  $f$  συνεχής στο  $(\alpha, \beta)$  με  $f''(x) > 0$ ,  $\forall x \in (\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$  τότε η  $f$  είναι κυρτή στα  $(\alpha, \beta)$ .
8. Αν η  $f'$  είναι συνεχής στο  $x_0$  και  $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) = \ell > 0$  τότε η  $f$  γνησίως μονότονη σε περιοχή του  $x_0$ .
9. Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι κυρτή στο  $[\alpha, \beta]$  και  $x_0 \in (\alpha, \beta)$ , τότε η διαφορά  $f(x) - f(x_0)$  διατηρεί σταθερό πρόσημο στο  $(\alpha, x_0)$ .

ΕΥΣΤΡΑΤΙΟΣ ΚΩΣΤΗΣ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

10. Αν η  $f$  δεν είναι παραγωγίσιμη στο  $[\alpha, \beta]$  τότε το  $f([\alpha, \beta])$  δεν είναι διάστημα.
11. Αν η  $f$  συνεχής στο  $[\alpha, \beta]$  τότε παρουσιάζει πάντα ακρότατο στο  $a$ .
12. Αν μια συνάρτηση παρουσιάζει τοπικό ακρότατο σε ένα σημείο  $x_0$ , τότε ισχύει το κριτήριο της 1ης παραγώγου.
13. Αν  $f$  ορισμένη στο  $x_0$  και είναι γνησίως αύξουσα στο  $(\alpha, x_0)$ , γνησίως φθίνουσα στο  $(x_0, \beta)$  τότε η  $f$  παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο  $x_0$ .
14. Αν  $f''(x) > 0, \forall x \in (\alpha, \beta)$  και  $f'(\alpha) = 0$ , τότε η  $f \uparrow [\alpha, \beta]$ .
15. Αν  $f''(x) > 0, \forall x \in [\alpha, \beta]$  με  $f(\alpha) = f(\beta) = 0$  τότε  $f(x) < 0, \forall x \in (\alpha, \beta)$ .
16. Αν  $f : (\alpha, \beta) \rightarrow \mathbb{R}$  παραγωγίσιμη και  $f'$  συνεχής στο  $x_0 \in (\alpha, \beta)$  με  $f'(x_0) > 0$ , τότε η  $f \uparrow$  σε μια περιοχή του  $x_0$ .
17. Αν η  $f'(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}^*$  τότε  $f(x) = c$ .
18. Αν  $f''(x) \neq 0$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , τότε η  $f$  μπορεί να έχει 3 ρίζες.
19. Το μεγαλύτερο από τα τοπικά μέγιστα της  $f$  είναι η μέγιστη τιμή της.
20. Αν για μια συνάρτηση  $f$  ισχύει  $\lim_{h \rightarrow 0} f(x_0 + h) = +\infty$ , τότε η  $x = x_0$  είναι κατακόρυφη ασύμπτωτη της  $C_f$ .
21. Όλες οι συναρτήσεις έχουν γραφική παράσταση. Δηλαδή το γράφημά τους  $C_f = \{(x, y) / x \in D_f \text{ και } y = f(x)\}$  απεικονίζεται στο επίπεδο.

ΕΥΣΤΡΑΤΙΟΣ ΚΩΣΤΗΣ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

22. Η συνάρτηση  $f(x) = x^x$  είναι παραγωγίσιμη

α) σε όλο το πεδίο ορισμού της

β) στο  $(0, +\infty)$

23. Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της  $g(x) = (x^2 - 1)^{1/x}$

ΜΕΘΟΔΙΚΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ