

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΟΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1

A1. Να διατυπώσετε το κριτήριο παρεμβολής για τις συναρτήσεις  $f, g, h$  αν ισχύει

$$h(x) \leq f(x) \leq g(x) \text{ «κοντά» στο } x_0.$$

A2. Να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

i)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\eta\mu x}{x} = 1$

ii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sigma\upsilon\nu x}{x^2} = \frac{1}{2}$

iii)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^{2\nu-1}} = +\infty, \nu \in \mathbb{N}^*$

iv)  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$  ή  $-\infty$  τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$

A3. Να εξετάσετε αν ο παρακάτω ισχυρισμός είναι αληθής ή ψευδής.

$$\text{Αν } \lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \ell \neq 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell \text{ ή } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\ell.$$

Σε περίπτωση που είναι ψευδής, να βρείτε ένα αντιπαράδειγμα.

ΘΕΜΑ 2

A. Να βρείτε τα όρια:

i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x^2 - 2x - 3| - |x + 1| - 2}{|-x^2 + 2x - 1| - 1}$

ii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x + \alpha)^3 - \alpha^3}{x^2 - \alpha x}, \alpha \neq 0$

iii)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2}$

B. Έστω  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με  $\frac{f(x)}{\eta\mu 2x} \geq \frac{\alpha}{x}, x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  και  $x \neq 0$ . Αν  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \alpha^2 + 1$ ,

να βρείτε το  $\alpha$ .

**ΘΕΜΑ 3**

**A. i)** Για τις διάφορες τιμές των  $\alpha$  και  $\beta$  να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + \alpha x + \beta}{x\eta\mu x}$ .

**ii)** Να βρείτε τα  $\alpha$  και  $\beta$  ώστε να ισχύει:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - (\alpha + \beta)x - 3\alpha + \beta}{x^2 - 4} = 1$$

**B.** Έστω η  $f(x) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\kappa(x+3)e^{tx} + (x-1)e^{-tx}}{e^{tx} + 2e^{-tx}}$ .

Να βρείτε το  $\kappa$ , ώστε η  $f$  να είναι συνεχής στο  $R$ .

**ΘΕΜΑ 4**

**A.** Δίνεται συνάρτηση  $f: R \rightarrow R$  για την οποία ισχύει:

$$\boxed{x^2 f(x) \geq x + 2020 \quad (I) \quad x \neq 0}$$

Να βρείτε τα όρια

**i)**  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

**ii)**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu \frac{1}{x^2}}{f(x)}$

**iii)**  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ f(x) + 2020 \right] \eta\mu \frac{1}{f(x)}$

**iv)**  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ f(x) + \eta\mu \frac{1}{x} \right]$

**B.** Έστω  $g(x) = \sqrt{x^2 - x - 2} - \alpha x + \beta$ ,  $\alpha, \beta \in R$ . Να βρεθούν οι τιμές των  $\alpha$  και  $\beta$  ώστε:

**i)**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

**ii)**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$

**Καλή επιτυχία!!**