

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

### ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ – ΔΙΑΤΑΞΗ

#### ΘΕΜΑ Ι

Να δώσετε τους ορισμούς.

- A.** Τι ονομάζουμε ρητό αριθμό;
- B.** Τι ονομάζεται ταυτότητα;
- Γ.** Να απαντήσετε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) στις παρακάτω προτάσεις:
1. Για κάθε  $\alpha, \beta$  πραγματικοί:  $\alpha \cdot \beta = \alpha \Rightarrow \beta = 1$
  2. Για κάθε  $\alpha, \beta$ :  $\alpha^2 = \beta^2 \Rightarrow \alpha = \beta$
  3. Για κάθε  $x, y$ :  $x > y \Rightarrow x^2 > y^2$
  4. Για κάθε  $x, y$ :  $0 < x < y \Rightarrow \frac{1}{x} > \frac{1}{y}$
  5. Αν  $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2 \Rightarrow (\alpha = 0 \text{ ή } \beta = 0)$
  6. Αν  $\alpha\gamma < \beta\gamma \Rightarrow \alpha < \beta$
  7. Για κάθε  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  ισχύει  $\frac{\alpha^2 + \beta^2}{2} \geq \alpha\beta$
  8. Αν  $\frac{\alpha}{\beta} > 0 \Rightarrow \alpha\beta > 0$

#### ΘΕΜΑ ΙΙ

Αν  $x, y \in \mathbb{R}$ ,  $3 \leq x \leq 5$  και  $-2 \leq y \leq -1$ , να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων βρίσκονται οι παραστάσεις:

- i)  $y + x$
- ii)  $x^2 + y^2$
- iii)  $2x - 3y$
- iv)  $\frac{x}{y}$

**ΘΕΜΑ ΙΙΙ**

**A.** Να αποδείξετε τις ανισότητες:

**i)**  $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \geq 2$ , για κάθε  $\alpha, \beta > 0$

**ii)**  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 \geq \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$

**B.** Αν  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} = 0$ ,  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}^*$  να δείξετε ότι:

**i)**  $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 0$

**ii)**  $(\alpha + \beta + \gamma)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$

**ΘΕΜΑ ΙV**

**A.** Αν  $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 2 = 0$  να βρείτε τα  $x$  και  $y$ .

**B.** Αν  $\alpha + \frac{1}{\alpha} = 4$ , να βρείτε  $\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2}$ .

**Γ.** Αν  $\alpha \in \mathbb{Z}$  και  $(\alpha - 1)^2$  είναι άρτιος, τότε ο  $\alpha$  είναι περιττός.

ΜΕΘΟΔΙΚΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ