

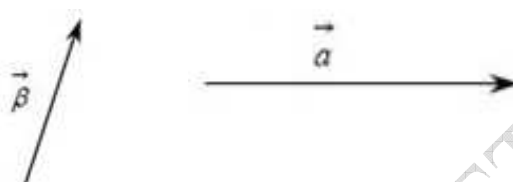
**ΦΥΣΙΚΗ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΟΜΑΔΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**

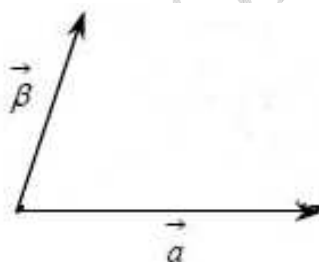
**ΠΡΟΣΘΕΣΗ – ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ**

**α) Πρόσθεση διανυσμάτων**

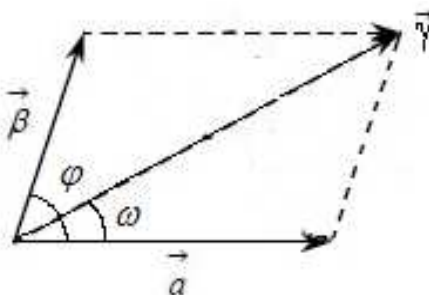
Αν έχουμε δύο διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ , για να βρούμε το διάνυσμα  $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}$  ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία:



- Μεταφέρουμε τα δύο διανύσματα ώστε να αποκτήσουν κοινή αρχή.



- Σχηματίζουμε παραλληλόγραμμο φέρνοντας από το τέλος του καθενός παράλληλη προς το άλλο. Το ζητούμενο διάνυσμα  $\vec{\gamma}$  έχει για αρχή την κοινή αρχή των  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  και για τέλος την απέναντι κορυφή του παραλληλογράμμου.



Το μέτρο  $\gamma$  του διανύσματος  $\vec{\gamma}$  υπολογίζεται από τη σχέση:

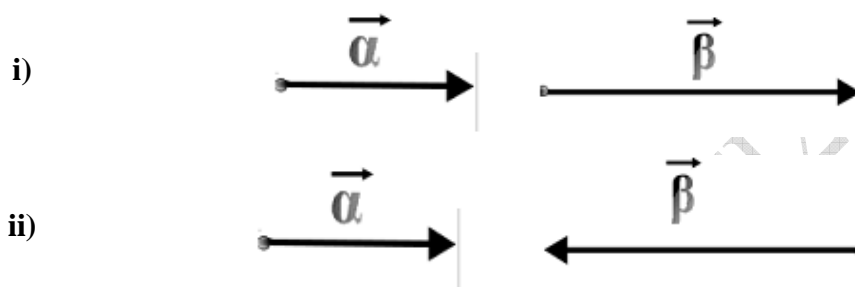
$$\gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta\cos\phi}$$

Η γωνία  $\omega$  που σχηματίζει το διάνυσμα  $\vec{\gamma}$  με το  $\vec{\alpha}$  υπολογίζεται από τη σχέση:

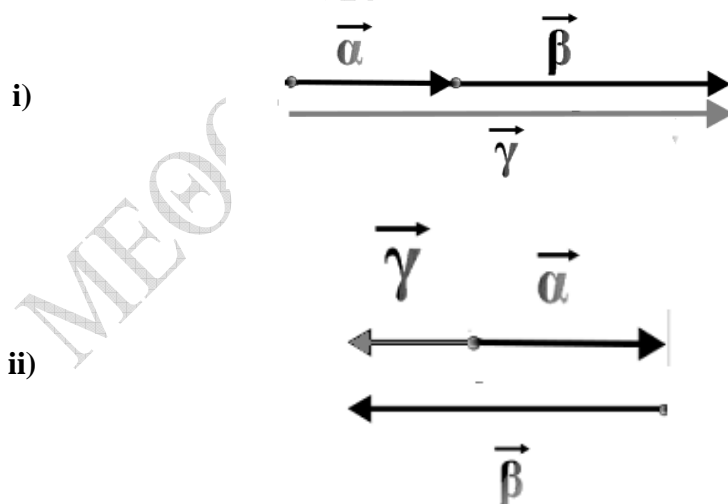
$$\varepsilon\phi\omega = \frac{\beta \cdot \eta\mu\phi}{\alpha + \beta \cdot \sigma\upsilon\nu\phi}$$

### Παρατήρηση:

Στην περίπτωση που τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  είναι ομόρροπα ή αντίρροπα, μπορούμε να βρούμε το διάνυσμα  $\vec{\gamma}$  μόνο με τη μέθοδο των διαδοχικών διανυσμάτων:



Μεταφέρουμε τα διανύσματα ώστε να γίνουν διαδοχικά, δηλαδή η αρχή του ενός να είναι το τέλος του άλλου. Το ζητούμενο διάνυσμα  $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}$  έχει για αρχή την αρχή του πρώτου και για τέλος το τέλος του τελευταίου.



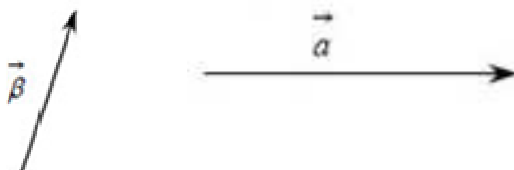
Για το μέτρο  $\gamma$  του διανύσματος  $\vec{\gamma}$  ισχύει:

$$\gamma = \alpha + \beta \quad (\text{αν τα } \vec{\alpha} \text{ και } \vec{\beta} \text{ είναι ομόρροπα)}$$

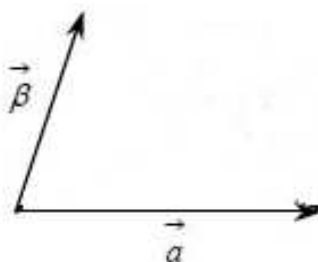
$$\gamma = |\alpha - \beta| \quad (\text{αν τα } \vec{\alpha} \text{ και } \vec{\beta} \text{ είναι αντίρροπα)}$$

**β) Αφαίρεση διανυσμάτων**

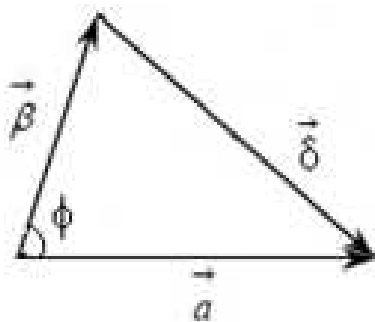
Για να βρούμε τη διαφορά  $\vec{\delta} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$  ακολουθούμε την εξής διαδικασία:



- Μεταφέρουμε τα διανύσματα ώστε να αποκτήσουν κοινή αρχή.



- Το ζητούμενο διάνυσμα  $\vec{\delta} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$  έχει για αρχή το τέλος του  $\vec{\beta}$  και για τέλος το τέλος του  $\vec{\alpha}$ .

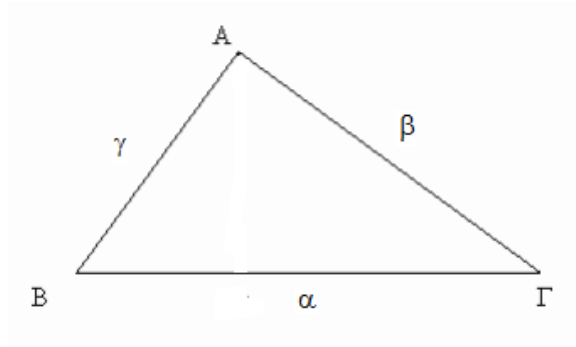


Για το μέτρο  $\delta$  του διανύσματος  $\vec{\delta}$  ισχύει:

$$\delta = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta\cos\phi}$$

Η γωνία που σχηματίζει το  $\vec{\delta}$  με το διάνυσμα  $\vec{\alpha}$  ή με το  $\vec{\beta}$  προσδιορίζεται με την επίλυση του τριγώνου (εργαλεία: νόμος ημιτόνων, νόμος συνημιτόνων).

Νόμος ημιτόνων – Νόμος συνημιτόνων



Νόμος ημιτόνων:

$$\frac{\alpha}{\eta\mu A} = \frac{\beta}{\eta\mu B} = \frac{\gamma}{\eta\mu \Gamma}$$

Νόμος συνημιτόνων:

$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma \cdot \sigma\upsilon\nu A$$

$$\beta^2 = \alpha^2 + \gamma^2 - 2\alpha\gamma \cdot \sigma\upsilon\nu B$$

$$\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta \cdot \sigma\upsilon\nu \Gamma$$

Ηλίας Καστρινέλλης

Φυσικός