

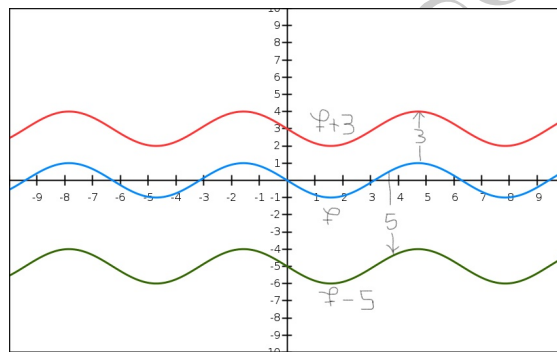
# Φυλλάδιο Θεωρίας στη Μετατόπιση Συνάρτησης

Επιμέλεια: Νικόλαος Βρουλιώτης

## Κατακόρυφη Μετατόπιση (Πάνω-Κάτω)

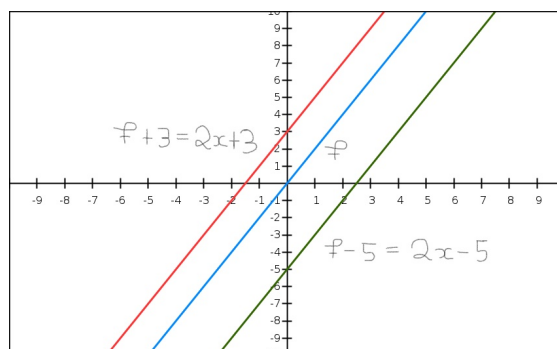
Αν  $f(x)$  είναι μια συνάρτηση και  $c > 0$  ένας θετικός σταθερός αριθμός, τότε:

- 1) Η συνάρτηση  $f(x) + c$  είναι η  $f(x)$  μετατοπισμένη  $c$  θέσεις πάνω στον  $\psi'\psi$
- 2) Η συνάρτηση  $f(x) - c$  είναι η  $f(x)$  μετατοπισμένη  $c$  θέσεις κάτω στον  $\psi'\psi$

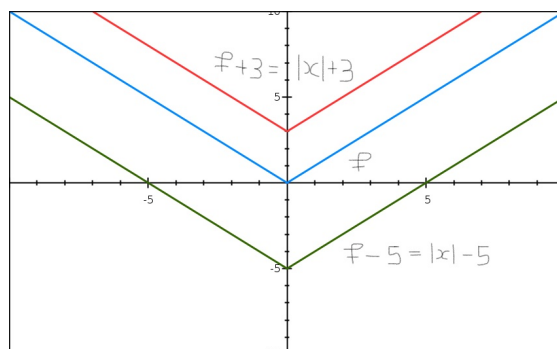


**Παρατήρηση:** Επειδή η γραφική παράσταση  $C_f$  μιας συνάρτησης  $f$  μετατοπίζεται πάνω και κάτω στον  $\psi'\psi$  (γιατί αλλάζω τη θέση του  $y = f(x)$ ), η κατακόρυφη μετατόπιση μπορεί να ονομαστεί και “κίνηση στον  $\psi'\psi$ ”.

**Παραδείγματα:** 1)  $f(x) = 2x$



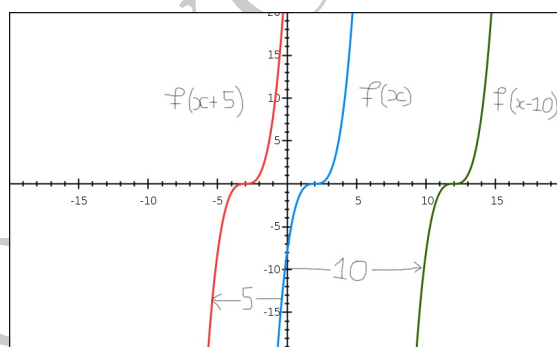
2)  $f(x) = |x|$



### Οριζόντια Μετατόπιση (Αριστερά-Δεξιά)

Αν  $f(x)$  είναι μια συνάρτηση και  $c > 0$  ένας θετικός σταθερός αριθμός, τότε:

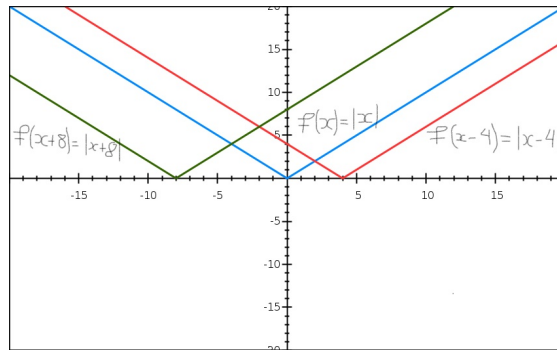
- 1) Η συνάρτηση  $f(x + c)$  είναι η  $f(x)$  μετατοπισμένη  $c$  θέσεις αριστερά στον  $x$
- 2) Η συνάρτηση  $f(x - c)$  είναι η  $f(x)$  μετατοπισμένη  $c$  θέσεις δεξιά στον  $x$



**Παρατήρηση:** Επειδή η γραφική παράσταση  $C_f$  μιας συνάρτησης  $f$  μετατοπίζεται αριστερά και δεξιά στον  $x$  (γιατί αλλάζω τη θέση του  $x$ ), η οριζόντια μετατόπιση μπορεί να ονομασθεί και “κίνηση στον  $x$ ”.

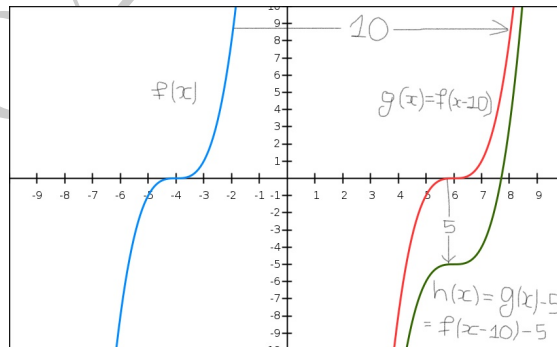
**Σχόλιο:** Για να μπορούμε να θυμόμαστε ότι η “κίνηση στον  $x$ ” πάει ανάποδα, δηλαδή για  $x + c$  η  $C_f$  πάει αριστερά και για  $x - c$  η  $C_f$  πάει δεξιά, θα σκεφτόμαστε ως εξής: Το  $x - c$ , όπου  $c > 0$ , ΠΑΝΤΑ θα δηλώνει (κατά κάποιο τρόπο) την απόσταση του  $x$  από το  $c$ . Έτσι όταν έχουμε  $f(x - c)$  τότε η  $C_f$  θα μετακινείται σε απόσταση  $c$  (άρα δεξιά) από το  $x$ . Και όταν έχουμε  $f(x + c)$  θα το σκεφτόμαστε ως  $f(x - (-c))$  και έτσι η  $C_f$  θα μετακινείται σε απόσταση  $-c$  (άρα αριστερά) από το  $x$ .

**Παράδειγμα:**  $f(x) = |x|$

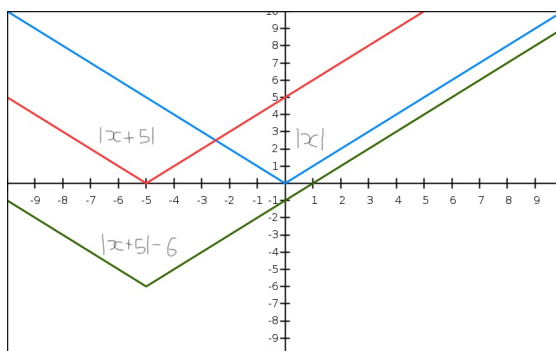


### Συνδυασμός Κατακόρυφης και Οριζόντιας Μετατόπισης

Μπορούμε, για μια συνάρτηση  $f(x)$ , να θεωρήσουμε ταυτόχρονα και οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπισή της, δηλαδή:  $f(x \pm c) \pm d$ . Για παράδειγμα για μια συνάρτηση  $f(x)$  μπορούμε να πάρουμε με μια οριζόντια μετατόπιση την συνάρτηση  $g(x) = f(x - 10)$  και στη συνέχεια με μια κατακόρυφη μετατόπιση να πάρουμε την  $h(x) = g(x) - 5 \Leftrightarrow h(x) = f(x - 10) - 5$



**Παραδείγματα:** 1) Αν  $\phi(x) = |x|$ ,  $k(x) = \phi(x + 5)$  και  $\lambda(x) = k(x) - 6$  τότε  $\lambda(x) = |x + 5| - 6$



2) Στο παρακάτω σχήμα είναι:  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = f(x+4) = (x+4)^2$ ,  $h(x) = f(x)+5 = x^2+5$ ,  $k(x) = f(x-2) - 3 = (x-2)^2 - 3$ ,  $\phi(x) = g(x) - 3 = f(x+4) - 3 = (x+4)^2 - 3$ ,  $\lambda(x) = k(x) - 5 = f(x-2) - 3 - 5 = (x-2)^2 - 8$

