

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΙΣ

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1

A. Έστω $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ και $a, b, c \in \mathbb{R}$. Αν $\Delta > 0$ και x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης, να δείξετε ότι:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \quad \text{και} \quad x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

B. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της $x^2 + x - 4 = 0$, να βρείτε εξίσωση με ρίζες $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}$.

Γ. Να απαντήσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) στις παρακάτω προτάσεις:

1. Κάθε αόριστη εξίσωση είναι ταυτότητα στο σύνολο ορισμού της D .

2. Η εξίσωση $\sqrt{x^2} = x$ είναι αόριστη στο \mathbb{R} .

3. Η εξίσωση $\sqrt{x^2} = |x|$ είναι ταυτότητα στο \mathbb{R} .

4. Η εξίσωση $\sqrt{-x} = \sqrt{x}$ είναι ταυτότητα στο σύνολο ορισμού της D .

5. Η εξίσωση $a \cdot x = b$, $a \neq 0$ έχει πάντα λύση.

6. Η εξίσωση $ax^2 + bx + c = 0$, $a \cdot c < 0$ έχει πάντα δύο λύσεις θετικές.

ΘΕΜΑ 2

A. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{4}{x-2} = \frac{8}{x^2-2x} - \frac{x-2}{x}$$

B. Για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, να λύσετε την εξίσωση:

$$\lambda^2(x-1) = 2(2x-\lambda)$$

Γ. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{1}{2x^2 - x} + 2x^2 - x = 2$$

ΘΕΜΑ 3

A. Δίνεται η εξίσωση

$$(\lambda + 2)x^2 + 2\lambda x + \lambda - 1 = 0 \quad (1)$$

i) Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η (1) έχει δύο ρίζες άνισες.

ii) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της (1) να βρείτε το λ , ώστε $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 = -\frac{2}{3}$.

B. Θεωρούμε την εξίσωση

$$\lambda(1 - 3x) + x(x + 2) = -2\mu$$

η οποία έχει διπλή ρίζα το 2.

i) Να βρείτε τα λ, μ .

ii) Να λύσετε την εξίσωση $x^4 = 2\lambda x^2 + 5\mu$.

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 2h

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!