

ΘΕΜΑ Ι

A. i) Αν ισχύει $5\vec{MA} + 3\vec{MB} = 8\vec{MG}$, να δείξετε ότι A, B, Γ συνευθειακά.

ii) Για ποιες τιμές του x το διάνυσμα $\vec{V} = (x^2 - 4)\vec{i} + (x^2 + 2x)\vec{j}$ είναι το $\vec{0}$.

B. i) Βρείτε διάνυσμα $\vec{\alpha}$, για το οποίο ισχύει: $\vec{\alpha} = (-4, |\vec{\alpha}| - 2)$

ii) Αν $A(1, x+3)$, $B(x, 8)$, $\Gamma(-4, -10)$ να βρείτε το x αν A, B, Γ συνευθειακά.

ΘΕΜΑ ΙΙ

A. Έστω κανονικό εξάγωνο ABΓΔEZ. Να δείξετε ότι:

$$\vec{AB} + \vec{AG} + \vec{AD} + \vec{AE} + \vec{AZ} = 3\vec{AD}$$

B. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{u} = (3x, 3)$, $\vec{v} = -4\vec{i} - x\vec{j}$. Να βρεθεί ο $x \in \mathbb{R}$, ώστε

$$(\vec{u} + 2\vec{v}) \uparrow \uparrow (3\vec{u} + 5\vec{v})$$

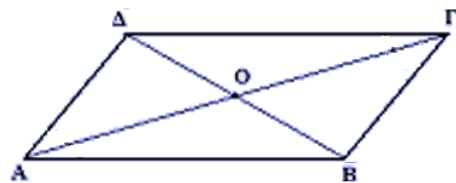
Γ. i) Για το παραλληλόγραμμο του διπλανού σχήματος η εξίσωση

$$\vec{AD} + (x-2)\vec{OB} = (2x+1)\vec{OD} + \vec{AB}$$

έχει λύση

A: $x = -1$, B: $x = 1$, Γ: $x = 0$, Δ: αόριστη, E: αδύνατη

ii) Αν $|\vec{AB}| + |\vec{BG}| = |\vec{AG}|$ τότε A, B, Γ συνευθειακά $\Sigma \square$ $\Lambda \square$



Δ. Δίνεται το $\vec{\alpha} = (2\mu - 1, \mu + 1)$, $\mu \in \mathbb{R}$.

1. Το $\vec{\alpha}$ έχει συντελεστή διεύθυνσης $\frac{1}{3}$ αν το μ ισούται με

α: 1 β: -1 γ: 4 δ: -4 ε: 3

2. Το $\vec{\alpha} \parallel x'\hat{x}$ όταν μ είναι

α: $\frac{1}{2}$ β: 2 γ: -1 δ: -2 ε: $-\frac{1}{2}$

ΕΥΣΤΡΑΤΙΟΣ ΚΩΣΤΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

ΘΕΜΑ ΙΙΙ

Α. i) Αν $|\vec{\alpha}| = 3$, $|\vec{\beta}| = 4$, $(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}) = 60^\circ$, να βρεθούν: $\vec{\alpha}\vec{\beta}$, $(\vec{\alpha} + \vec{\beta})(\vec{\alpha} - \vec{\beta})$, $|2\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}|$

ii) Έστω $\vec{\alpha} = (\sqrt{3}, 3)$, $\vec{\beta} = (-1, \sqrt{3})$, να υπολογίσετε τη γωνία $(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}})$

Β. Αν $\vec{\alpha} = (-1, 2)$, $\vec{\beta} = (2, 4)$, $\vec{\gamma} = (0, 5)$ να λυθεί η εξίσωση

$$(\vec{x}\vec{\alpha})\vec{\beta} = \vec{\gamma} + \vec{x}$$

ΘΕΜΑ ΙV

Α. Αν $|\vec{\alpha}| = 2$, $|\vec{\beta}| = 1$ και $(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}) = \frac{2\pi}{3}$

i) να αποδείξετε ότι: $\vec{\alpha} - 2\vec{\beta} \neq \vec{0}$

ii) να βρείτε διάνυσμα \vec{x} ώστε:

- $\vec{x} \parallel (\vec{\alpha} - 2\vec{\beta})$ και

- $\vec{\beta} \perp (\vec{\alpha} - \vec{x})$

και μετά την προβ- \vec{x}

Β. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $(AB) = 6$. Να βρείτε τον γ.τ των σημείων Μ του επιπέδου ώστε:

$$\overline{MA} \cdot \overline{MG} = 7 + \overline{MA} \cdot \overline{BG}$$