

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΗΜΟ ΤΡΙΩΝΥΜΟΥ – ΠΡΟΟΔΟΙ

ΘΕΜΑ 1°

A. Τι ονομάζεται γεωμετρική πρόοδος και τι αριθμητική πρόοδος;

B. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \alpha \neq 0$, τότε να δείξετε ότι

$$x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \text{ και } x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$$

ΘΕΜΑ 2°

.Θεωρούμε την ακολουθία $a_n = 3 \cdot 2^n$

α) Να δείξετε ότι η ακολουθία αυτή είναι γεωμετρική πρόοδος.

β) Να βρείτε το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της.

γ) Να βρείτε την τάξη του όρου της που είναι ίσος με 3072.

ΘΕΜΑ 3°

A. Οι αριθμοί $\frac{1}{2}|x-1|, |x-1|$ και $|x-1|+2$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

Να βρείτε το x .

B. Αν x θετικός ακέραιος, να λύσετε την εξίσωση

$$2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^x = 2046$$

ΘΕΜΑ 4°

Δίνεται το τριώνυμο $P(x) = 3x^2 - 3(\lambda - 2)x - (\lambda - 2)$ με παράμετρο το $\lambda \in \mathbb{R}$

α) Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα του παραπάνω τριωνύμου είναι

$$\Delta = 3(\lambda - 2) \cdot (3\lambda - 2)$$

β) Για $\lambda = 0$, να λύσετε την εξίσωση: $P(x) = 0$

γ) Για ποιες τιμές του λ , το $P(x)$ είναι θετικό για κάθε πραγματικό αριθμό x ;

δ) Αν η εξίσωση έχει δυο άνισες πραγματικές ρίζες x_1, x_2 , τότε να δείξετε ότι:

ii) $\lambda < \frac{2}{3}$ ή $\lambda > 2$

iii) $\frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 + x_2} = \lambda - \frac{4}{3}$