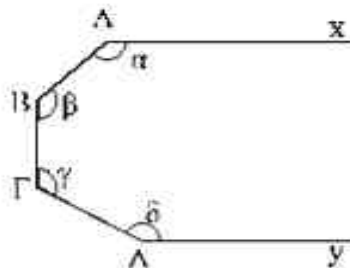


Θέματα Μαθηματικών διαγωνισμών Ε.Μ.Ε  
 Θέματα διαγωνισμού "ΘΑΛΗΣ" Β' Γυμνασίου

1998 – 1999

1. Στο σχήμα,



όπου η ευθεία Αx είναι παράλληλη προς την Δy, να υπολογισθεί το άθροισμα των γωνιών α, β, γ και δ.

2. Ένα δοχείο, όταν είναι κατά 30% άδειο, περιέχει 20 λίτρα περισσότερο από την περίπτωση που θα ήταν κατά 30% γεμάτο. Πόσα λίτρα περιέχει το δοχείο όταν είναι πλήρες

3. Να αποδειχθεί ότι ο αριθμός

$$\frac{222223 \cdot 444441 \cdot 222220 + 222216}{222222^2}$$

είναι ακέραιος και να βρεθεί ο ακέραιος αυτός

4. Ν' αποδειχθεί ότι ο αριθμός

$$A = 1998^2 - 1997^2 + 1996^2 - 1995^2 + \dots + 2^2 - 1^2$$

είναι πολλαπλάσιο του 1999.

1999 – 2000

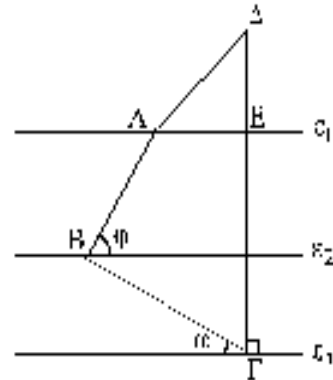
1. Πάνω σε μια ευθεία  $\varepsilon$  θεωρούμε τα σημεία  $A, B, \Gamma$ , με τη σειρά που δίνονται. Αν  $M$  είναι το μέσον του  $AB$  και  $N$  είναι το μέσον του  $B\Gamma$ , να υπολογίσετε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος  $MN$ , όταν:

- α)  $AB = 8\text{cm}, B\Gamma = 10\text{cm}$ ,  
 β)  $AB = 10\text{cm}, A\Gamma = 18\text{cm}$ .

2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι:

- i.  $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$   
 ii.  $\Gamma\Delta \perp \varepsilon_3$   
 iii.  $AE = E\Delta$   
 iv.  $\hat{\omega} = 30^\circ$  και  $\hat{\varphi} = 50^\circ$ .

Να βρεθούν οι γωνίες του τετραπλεύρου  $AB\Gamma\Delta$ .



3. Δίνονται οι αριθμοί:

$A = (-2)^{1000} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{500} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{999} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{499}$ , και  $B = 2^v \cdot 3^{v+1}$ , όπου  $v$  άρτιος φυσικός αριθμός. Να συγκριθούν οι αριθμοί  $3 \cdot A^v$  και  $B$ .

4. Να υπολογίσετε τον αριθμό  $\frac{\alpha + \beta}{2}$  (μέσος όρος των  $\alpha, \beta$ ), αν είναι

$$\alpha = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1998} + \frac{1}{1999},$$

$$\beta = 1 + \frac{2}{4} + \frac{4}{6} + \frac{6}{8} + \dots + \frac{3994}{3996} + \frac{3996}{3998}.$$

2000- 2001

1. Δίνονται οι παραστάσεις

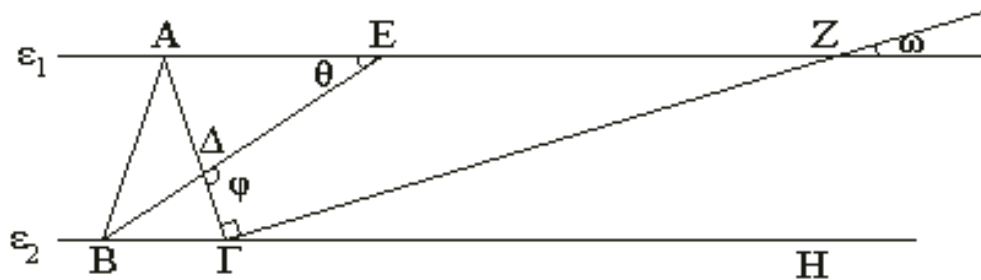
$$A = 5^2 - 2^4 : 2^3 + 1 \quad \text{και} \quad B = (5^2 - 2^4) : (2^3 + 1)$$

Να βρεθούν οι  $A, B$  και να συγκριθούν οι αριθμοί  $\frac{A}{20B}, \frac{22B}{A}$ .

2. Του τραπεζίου  $AB\Gamma\Delta$  ( $B\Gamma \parallel A\Delta$ ) δίνονται:

- (α)  $AB = \Gamma\Delta = 12$  μέτρα  
 (β) Η περίμετρός του 54 μέτρα  
 (γ) Το εμβαδόν του  $E = 120$  τ.μ.  
 Να βρείτε το ύψος του  $u$ .

- 3.



Στο παραπάνω σχήμα δίνονται:

- (α)  $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$   
 (β)  $AB\Gamma$  ισοσκελές τρίγωνο ( $AB = A\Gamma$ ) με  $\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma} = 20^\circ$   
 (γ) Η  $B\Delta$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$   
 (δ)  $\Gamma Z \perp A\Gamma$

Να βρείτε τις γωνίες  $\varphi = \hat{\Gamma}\hat{\Delta}E$ ,  $\theta = \hat{A}\hat{E}\hat{\Delta}$  και  $\omega$ .

Να εξηγήσετε γιατί οι ευθείες  $BE$  και  $\Gamma Z$  δεν είναι παράλληλες.

4. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = 2 + \frac{3}{2} + \frac{4}{3} + \frac{5}{4} + \dots + \frac{2001}{2000}, \quad B = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2000}$$

Να βρείτε τον αριθμό  $A - B$ .

**2002 – 2003**

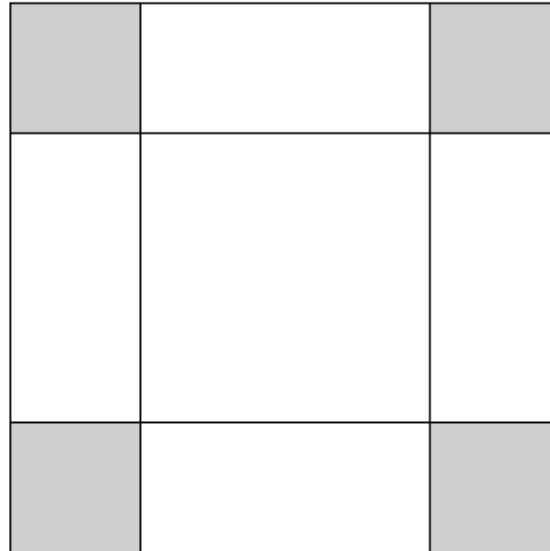
**ΘΕΜΑ 1°**

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$K = 2 \cdot 50 - 40 : 10 + 5 \cdot (100 - 4 \cdot 20)^2 - 92$$

**ΘΕΜΑ 2°**

Ένα τετράγωνο πλευράς 4 διαιρείται με τέσσερις ευθείες παράλληλες ανά δύο προς τις πλευρές του σε σχήματα, έτσι ώστε τα τέσσερα γραμμοσκιασμένα από αυτά, όπως φαίνεται στο σχήμα, είναι τετράγωνα πλευράς 1. Πόσα είναι τα τετράγωνα που υπάρχουν στο σχήμα και ποιο είναι το άθροισμα των εμβαδών τους;



**ΘΕΜΑ 3°**

Δίνονται οι αριθμοί :  $A = 2^{41}$ ,  $B = 8^{13}$ ,  $\Gamma = 4^{21}$  και  $\Delta = 32^8$ .

- (i) Να βρείτε ποιος από τους αριθμούς αυτούς είναι ο μεγαλύτερος.
- (ii) Να εκφράσετε το άθροισμα  $A+B+\Gamma+\Delta$  ως γινόμενο πρώτων παραγόντων.

**ΘΕΜΑ 4°**

Στις Δημοτικές εκλογές της πρώτης Κυριακής (13 Οκτωβρίου 2002) σε ένα Δήμο συμμετείχαν οι συνδυασμοί Α, Β και Γ. Ονομάζουμε  $n$  τον αριθμό των εγγεγραμμένων στους εκλογικούς καταλόγους ψηφοφόρων. Συνολικά ψήφισε το 75% του αριθμού  $n$  και όλα τα ψηφοδέλτια ήταν έγκυρα.

Ο συνδυασμός Α ψηφίστηκε από το 39% του αριθμού  $n$ , ενώ ο συνδυασμός Β ψηφίστηκε από το 27% του αριθμού  $n$ . Λευκά ψηφοδέλτια δεν βρέθηκαν.

(i) Να εξετάσετε αν ο αρχηγός του συνδυασμού Α εξελέγη Δήμαρχος από την πρώτη Κυριακή, δηλαδή αν ο συνδυασμός του έλαβε ποσοστό μεγαλύτερο του 50% ως προς τον αριθμό των εγκύρων ψηφοδελτίων.

(ii) Να βρείτε το ποσοστό των ψήφων του συνδυασμού Γ ως προς τον αριθμό των εγκύρων ψηφοδελτίων.

## 2003-2004

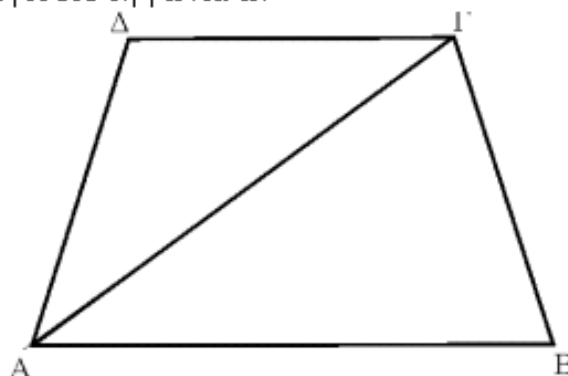
1. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = 2415 - 4 \cdot 10^2 + 2003^0 - 2 \cdot 3^2 + 2.$$

2. Αν παρατάξουμε τους μαθητές ενός Γυμνασίου σε τριάδες περισσεύουν 2. Αν τους παρατάξουμε σε τετράδες ή σε πεντάδες, επίσης περισσεύουν 2. Να προσδιορίσετε τον αριθμό των μαθητών, αν δίνεται ότι αυτός είναι τριγώνιος με άθροισμα ψηφίων 5.

3. Στο διπλανό τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  ( $AB \parallel \Gamma\Delta$ ), δίνεται ότι  $\widehat{\Delta A B} = \widehat{A B \Gamma} = \omega$  και ότι τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A\Gamma\Delta$  είναι ισοσκελή με  $AB = A\Gamma$  και  $A\Delta = \Gamma\Delta$ .

- (i) Να αποδείξετε ότι η  $A\Gamma$  διχοτομεί τη γωνία  $\widehat{\Delta A B}$ .  
 (ii) Να υπολογίσετε τη γωνία  $\omega$ .



4. Η τιμή ενός προϊόντος αυξήθηκε το 2001 (από 1-1-2001 μέχρι και 31-12-2001) κατά 20%. Στη συνέχεια το 2002 μειώθηκε κατά 10%, ενώ το 2003 αναμένεται αύξηση κατά 25%.
- (i) Να προσδιορίσετε το ποσοστό επί τις εκατό, της μεταβολής της τιμής του προϊόντος κατά την τριετία από 1-1-2001 μέχρι 31-12-2003.
- (ii) Αν η τιμή του προϊόντος ήταν 1,6€ την 1-1-2001, ποια θα είναι η τιμή του την 31-12-2003.

1. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 2^3 \cdot 5^3 + 2004 : 4 + (3^2 - 4) \cdot 100 + 3$$

*Μονάδες 5*

2. Ένας τετραψήφιος αριθμός  $K$  έχει όλα τα ψηφία του ίσα και το άθροισμα των ψηφίων του είναι 20.

(α) Να βρεθεί ο αριθμός  $K$

*Μονάδες 2*

(β) Να βρεθεί δεκαδικός αριθμός  $a$  και φυσικός αριθμός  $v$  τέτοιοι ώστε να ισχύει:

$$K = a \cdot 10^v, \text{ με } 1 \leq a < 10.$$

*Μονάδες 3*

3. Στο διπλανό σχήμα η ευθεία  $ML$  είναι κάθετη προς την πλευρά  $B\Gamma$  στο μέσον της  $M$ . Επιπλέον δίνονται:  $M\Gamma = 5\text{cm}$ ,  $\widehat{ML\Gamma} = 45^\circ$ ,  $\widehat{AB\Lambda} = 30^\circ$  και το εμβαδόν  $E$  του τριγώνου  $AB\Gamma$  ίσο με  $35\text{cm}^2$ .

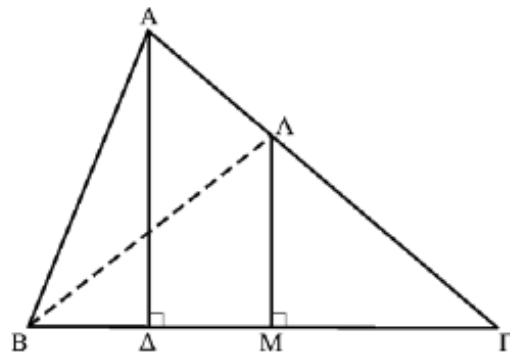
Να βρείτε

(α) τις γωνίες  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  και  $\hat{\Gamma}$  του τριγώνου  $AB\Gamma$  και

*Μονάδες 3*

(β) το ύψος  $AD$  του τριγώνου  $AB\Gamma$

*Μονάδες 2*



4. Η τιμή του πετρελαίου στη Ν. Υόρκη ένα χρόνο πριν στις 30-10-2003 ήταν 32 δολάρια το βαρέλι, ενώ σήμερα είναι 54,4 δολάρια το βαρέλι.

(α) Πόσο τις εκατό έχει αυξηθεί η τιμή του βαρελιού σε σχέση με την τιμή που είχε ένα χρόνο πριν;

*Μονάδες 2*

(β) Πόσα δολάρια πρέπει να μειωθεί η τιμή του βαρελιού μέχρι την 30-11-2004 έτσι ώστε η τιμή που θα έχει τότε να είναι αυξημένη κατά 40% σε σχέση με την τιμή που είχε στις 30-10-2003;

*Μονάδες 3*

**2005-2006**

1. Να υπολογισθεί το 3,6% του αριθμού

$$A = \frac{3 + \frac{4,2}{0,1}}{\left(\frac{1}{0,3} - \frac{7}{3}\right) \cdot 0,3125}$$

2. Ο Γιώργος πήγε στο βιβλιοπωλείο έχοντας € 20. Στο μαγαζί υπάρχουν δύο είδη μολυβιών. Η εξάδα του πρώτου είδους κόστιζε € 1,17 ενώ η εξάδα του δεύτερου είδους κόστιζε € 1,60. Πόσες εξάδες κάθε κατηγορίας πρέπει ν' αγοράσει ο Γιώργος έτσι ώστε να πάρει τα λιγότερα ρέστα;
3. Για ποια ψηφία  $x$  και  $y$  διαιρείται δια του 45 ο αριθμός του οποίου η παράσταση στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης είναι  $6x12y$ ;
4. Έστω  $\hat{XOY}$  μια γωνία  $70^\circ$ ,  $OA$  μια ημιευθεία που είναι κάθετος επί της  $OX$  και  $OB$  μια ημιευθεία που είναι κάθετος επί της  $OY$ . Να υπολογισθούν τα μέτρα των γωνιών  $A\hat{O}B$ ,  $A\hat{O}Y$  και  $B\hat{O}X$ .

**2006-2007**

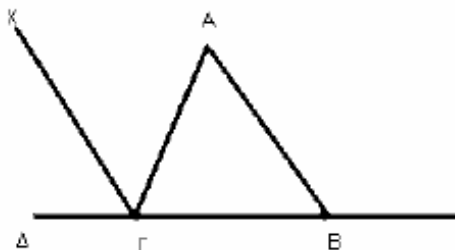
1. Να υπολογίσετε την παράσταση:

$$A = \left\{ 111 - \left[ 264 - \left( 15 + \frac{54}{6} \right) \cdot |-5| \right] : 12 \right\} : 11 + 1$$

2. Είναι δυνατόν ένα χαρτονόμισμα των 100€ να ανταλλαγεί με 18 νομίσματα των 2€ και των 10€;
3. Το 6% του αριθμού  $\alpha \neq 0$  είναι ίσο με το 4% του αριθμού  $\beta$ . Να βρείτε την τιμή του κλάσματος.

$$K = \frac{9\alpha - 3\beta}{6\alpha - \beta}$$

4. Στο παρακάτω σχήμα είναι  $AB = B\Gamma$  και η διχοτόμος  $\Gamma\chi$  της γωνίας  $A\hat{\Gamma}\Delta$  είναι παράλληλη στην  $AB$ . Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου  $AB\Gamma$ .



## 2007- 2008

### Πρόβλημα 1.

Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης

$$A = (200 : 8 + 12 \cdot 100) + [200 : (8 + 2) + 762] \cdot [(-1)^{13} + (-1)^{12} + (-1)^{2007}]^2$$

### Πρόβλημα 2.

Οι μαθητές ενός Γυμνασίου μπορούν να παραταχθούν σε εξάδες, σε οκτάδες και σε δεκάδες, χωρίς να περισσεύει κανείς. Τα πλήθη των μαθητών των τάξεων Α', Β' και Γ' είναι αριθμοί ανάλογοι προς τους αριθμούς 5, 4 και 3, αντίστοιχα. Αν το πλήθος των μαθητών του Γυμνασίου είναι αριθμός μεγαλύτερος του 300 και μικρότερος του 400, να βρεθεί το πλήθος των μαθητών κάθε τάξης.

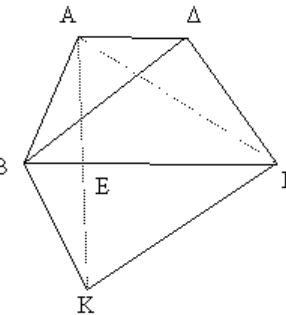
### Πρόβλημα 3.

Ένας έμπορος αγόρασε 200 κιλά φράουλες με τιμή αγοράς 3 ευρώ το κιλό. Κατά τη μεταφορά είχε απώλεια 10% στα κιλά που αγόρασε. Πόσο πρέπει να πουλήσει το κιλό τις φράουλες ώστε να έχει κέρδος 20% επί της τιμής της αγοράς;

### Πρόβλημα 4.

Στο τραπέζιο ΑΒΓΔ του διπλανού σχήματος η μεγάλη βάση ΒΓ είναι διπλάσια της μικρής βάσης ΑΔ. Αν το εμβαδόν του τραπεζίου είναι  $300\text{cm}^2$  και το σημείο Κ είναι το συμμετρικό του Α ως προς την ευθεία ΒΓ (δηλαδή η ΒΓ είναι μεσοκάθετος της ΑΚ), να υπολογίσετε:

- (α) το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΔ και  
(β) το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΒΚΓ.



## 2008- 2009

1. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 4^2 \cdot 25^2 + 2008 : 4 + (3^3 - 5^2) \cdot 249 - 10^4$$

Μονάδες 5

2. Στο διπλανό σχήμα η ευθεία Αγ είναι παράλληλη προς την πλευρά ΒΓ του τριγώνου ΑΒΓ και διχοτόμος της γωνίας ΓΑχ. Δίνεται ακόμη ότι:

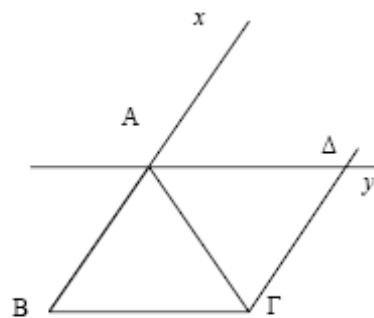
$$\widehat{B\hat{A}\Gamma} = 62^\circ \text{ και } AB = A\Delta$$

- (α) Να βρείτε τις γωνίες  $\hat{B}$  και  $\hat{\Gamma}$  του τριγώνου ΑΒΓ.

Μονάδες 2

- (β) Να εξηγήσετε γιατί η ΒΔ είναι διχοτόμος της γωνίας ΑΒΓ.

Μονάδες 3



3. Αν για το θετικό ακέραιο αριθμό  $\alpha$  ισχύει:

$$\frac{21}{5} < \frac{42}{\alpha} < \frac{21}{4},$$

να βρεθεί η τιμή της παράστασης

$$A = \alpha + 5(4 + \alpha) + 3(\alpha - 4) + 1919$$

Μονάδες 5

4. Ένα Γυμνάσιο συμμετέχει στην παρέλαση για την επέτειο μιας Εθνικής Εορτής με το 60% του αριθμού των αγοριών και το 80% του αριθμού των κοριτσιών του. Τα αγόρια που συμμετέχουν, αν παραταχθούν σε τριάδες, τότε δεν περισσεύει κανείς, ενώ, αν παραταχθούν σε πεντάδες ή επτάδες, τότε και στις δύο περιπτώσεις περισσεύουν από τρεις. Όλα τα αγόρια του Γυμνασίου είναι περισσότερα από 100 και λιγότερα από 200. Αν το 80% των κοριτσιών είναι αριθμός διπλάσιος από τον αριθμό που αντιστοιχεί στο 60% του αριθμού των αγοριών, να βρείτε το συνολικό αριθμό των κοριτσιών και αγοριών του Γυμνασίου.

Μονάδες 5